

Práctica 11

1. A continuación se le presentan traducciones de algunos argumentos. Demuestre que estas expresiones son teoremas.

▪ a)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x|P(x) \vee R(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1: } \neg(\neg P('x') \wedge \neg R('x')) \\ \hline \therefore (\exists x| : \neg Q(x)) \end{array}$$

▪ b)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x|P(x) : \neg Q(x)) \\ \hline \therefore R('x') \wedge Q('x') \Rightarrow (\exists x| : R(x) \wedge \neg P(x)) \end{array}$$

▪ c)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x|P(x) : A(x)) \\ \text{H1: } (\forall x| : (\forall y|G(y) : T(x, y) \Rightarrow \neg(\exists z|R(z) : T(x, z)))) \\ \text{H2: } (\forall x|S(x) : \neg(\exists y|T(x, y) : A(y))) \\ \text{H3: } (G('j') \vee P('j')) \wedge T('j', 'x') \\ \hline \therefore S('j') \Rightarrow \neg(\exists z|R(z) : T('j', z)) \end{array}$$

2. Modele los siguientes argumentos y demuestre que la expresión obtenida es un teorema:

- a) Alberto es un hipopótamo que vive en el zoológico. Como todos los hipopótamos, él come grama y le gusta nadar.
- b) Juan es un estudiante de esta clase que tiene 16 años. Aquel que tenga 16 años puede obtener una licencia de conducir. Entonces, estudiantes de esta clase pueden obtener una licencia de conducir.
- c) Sólo un tonto alimentaría a un oso salvaje. Cristina alimenta a Antonio, pero no es tonta. Por lo tanto, Antonio no es un oso salvaje.
- d) Todo jugador de ajedrez tiene algún maestro al que derrota. Botvinnik es maestro de Karpov y ambos juegan al ajedrez. En consecuencia, hay quien es derrotado por Karpov.
- e) Cada año precede a algún otro año. Cualquier año que fuera final no podría ser seguido por ningún otro año. Una cosa sigue a una segunda cosa si y sólo si la segunda precede a la primera. En consecuencia, no hay un año que sea final.

3. A continuación se le presentan traducciones de algunos argumentos. Demuestre, usando el Metateorema del Testigo, que estas expresiones son teoremas.

■ a)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x|P(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1: } (\exists x|R(x) : Q(x)) \\ \hline \therefore (\exists x : R(x) \wedge \neg P(x)) \end{array}$$

■ b)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x|N(x) : T(x)) \\ \text{H1: } (\exists x : N(x)) \\ \text{H2: } (\forall x|T(x) : A(x)) \\ \hline \therefore (\exists x : A(x)) \end{array}$$

■ c)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x|P(x) : A(x)) \\ \text{H1: } (\forall x : (\forall y|G(y) : T(x, y) \Rightarrow \neg(\exists z|R(z) : T(x, z)))) \\ \text{H2: } (\forall x|S(x) : \neg(\exists y|T(x, y) : A(y))) \\ \text{H3: } (\exists x|G(x) \vee P(x) : T('j', x)) \\ \hline \therefore S('j') \Rightarrow \neg(\exists z|R(z) : T('j', z)) \end{array}$$

4. Demuestre que la siguiente expresión es un teorema haciendo uso del Metateorema del Testigo.

$$((\exists x : J(x)) \vee (\exists y : K(y))) \wedge (\forall x|J(x) : K(x)) \Rightarrow (\exists y : K(y))$$

5. Demuestre que la siguiente expresión es un teorema haciendo uso del Metateorema del Testigo.

$$(\exists x|(\forall z : R(z)) : (\forall y|P(x) : Q(y))) \Rightarrow ((\forall x : P(x)) \Rightarrow (\forall x : R(x) \wedge Q(x)))$$

6. Demuestre que la siguiente expresión es un teorema haciendo uso del Metateorema del Testigo.

$$\neg(\exists x : P(x, \hat{y})) \Rightarrow ((\exists y : \neg(\exists z : Q(y) \Rightarrow R(z, \hat{y}))) \vee \neg(\exists y : Q(y)))$$